# PLATON'UN ARİTMETİK FELSEFESİ*

Anders WEDBERG
Dr. Hüseyin Gazi TOPDEMİR**

Pozitif tam sayılar aritmetiğinin modern aksiyomatik gelişimi, bize bu aritmetiğin, tıpkı geometri gibi, iki ayrı boyutu olduğunu gösterdi. Bir taraftan, temel kavramları değişkenler olarak düşünülen soyut aritmetik vardır. Aritmetiğin belli bir aksiyomatizasyonundaki aksiyomlar, bu değişkenler üzerine belirli bir koşul yükler ve söz konusu koşulu yerine getiren herhangi bir kavramlar öbeği, çıkarsanabilir bir aritmetiksel teoremin bu aynı değişkenler üzerine yüklediği koşulu da, zorunlu olarak yerine getirmelidir. Soyut pozitif tamsayılar aritmetiğini doğrulayan sınırsız sayıda pek çok farklı kavram öbekleri olduğunu biliyoruz. Bununla birlikte, öte yandan, doğrulayan bu kavram öbekleri arasında, tabiri caizse, ayrıcalıklı bir konumu işgal eden bir küme vardır. Ya da diğer bir deyişle, soyut aritmetiğin değişkenlerinin tikel kavramların yer değiştirilmesi suretiyle elde edilen uygulamalı aritmetik içinde ve geride kalan tüm kavram öbeklerinden ayrılan bir kavram öbeği vardır. Bir başka deyişle, bu, sayı saydığımız zaman, örneğin "burada 2 arabanın ve orada 3 arabanın var olduğu"nu ve "onların birlikte 5 araba ettiği"ni gözlemlediğimiz zaman, hem gündelik dilde ve hem de bilimde kullandığımız aritmetiktir. Normal, gündelik aritmetiğin "2+3=5" önermesindeki "2", "3", "5" sayıları, bu türden emprik sayısal önermelerdeki aynı anlama sahiptir. Matematiğin temellerini konu alan modern araştırmalar, hiç bir aksiyomatizasyonun, saymada kullanılan pozitif tam sayılarla ilgili bütün bir aritmetiksel doğruluğun bir parçasından daha fazlasını kapsayamayacağını göstermiştir. Tam aksiyomatizasyondan kaçınan bu özel uygulamalı aritmetiğe "doğal aritmetik" adını verelim.

Doğal aritmetiğin özüyle ilgili olarak, günümüz matematik felsefecileri arasında fikir birliği yoktur. David Hilbert'ten esinlenen Formalistler onu bir şekilde yararlı olsalar da, anlamsız formüllerden oluşan bir sistem olarak görür. Gottlob Frege ve Bertrand Russell'ı izleyen diğerleri ise, doğal aritmetiğin herhangi bir önermesini salt mantıksal terimlerle dile getirmenin olanaklı olduğunu düşünür. Onlar için doğal aritmetik saf mantığın ve dolayısıyla de analitik önermeler sisteminin bir parçasıdır. Son olarak sentetik apriori önermeler sistemi olarak Kantçı doğal aritmetik görüşü aralarında L. E. J. Brouwer'in ön plana çıktığı sezgiciler tarafından hâlâ savunulmaktadır.

Platon zamanında aritmetik henüz aksiyomatik bir biçim almış değildi ve Platon soyut aritmetik hakkında hiç bir şey bilmiyordu. Bir filozof olarak onun "açıklamaya çalıştığı aritmetik" bütünüyle bizim doğal aritmetik adını verdiğimiz aritmetikten ibaretti. Platon için aritmetiğin önermelerinin tam tamına diğer bilimsel önermeler kadar anlamlı olduğu apaçık bir şeydi. Dahası o, doğal aritmetiğin mutlak doğruluğundan hiç bir zaman

---

* Adı geçen yazarın 1955 yılında yayımladığı *Plato's Philosophy Mathematics*, (Stockholm, Almqvist), adlı kitabının beşinci bölümünün çevirisidir.

** Ankara Üniversitesi, Dil ve Tarih-Coğrafya Fakültesi, Bilim Tarihi Anabilim Dalı

ciddi olarak kuşku duymadı. Mantıksal bir realist olarak da, Platon “1”, “2”, “3”,...vb. sayıların belirli soyut gerçeklikleri, örneğin pozitif tam sayıların kendilerini gösterdiği konusunda ikna olmuştu. Platon’u asıl ilgilendiren şey, pozitif tam sayıların, “ne türden soyut gerçeklikler olduğu” sorusuyla belirlenen problemdi. Bu problem üzerinde düşünme, bizim yorumumuz doğruysa eğer, onu biri Matematiksel Sayılar kuramı ve diğeri ise İdeal Sayılar kuramı olmak üzere iki farklı kuram ortaya koymaya götürdü.

*

Platon’un aritmetik felsefesi, onun geometri felsefesine, çok büyük bir koşutluk sergiler görünür. Platon’un görüşlerinin önemine ya da onu bu görüşleri ileri sürmeye götüren motiflerin neler olduğuna ilişkin derin ve ayrıntılı bir analize girişmeksizin, aritmetiğin özü üzerine, benim Platon’a atfedilebileceğine inandığım, belirli önermeleri sıralayacağım.

I. Biri “popüler” ve diğeri de “felsefî” bir disiplin olmak üzere iki tür aritmetik vardır. (i) popüler aritmetik, duyusal nesneler hakkında savlar ileri sürer: O “iki ordu, iki öküz, iki çok büyük şey, iki çok küçük şey” gibi şeylerden söz eder.[1] Popüler geometri gibi, popüler aritmetik de en iyi durumda yaklaşık bir doğruluk değerine sahiptir. (ii) Diğer taraftan, felsefî aritmetik, ruhu soyut sayı hakkında akıl yürütmeye zorlar ve gözle görülebilir, elle tutulabilir cisimlerin sayılarını ele almayı reddeder.[2] Felsefî aritmetiğin önermeleri mutlak bir doğruluğa sahiptir.

II. Aristoteles’in “Matematiksel Sayılar” adını verdiği buna karşın Platon’un “İdeal Sayılar” dediği İdeal aritmetiksel varlıkların iki türü vardır.

IIa: Matematiksel sayılar şu özelliklerle karakterize edilir:

(1) Bu sayılar belirli ideal “birimler”den ya da “1’ler”den meydana gelir. N matematiksel sayısı bu türden birimlerin N kümesidir: 2, ikinin bir kümesidir, 3, üçün bir kümesidir. vb.

(2) Böyle ideal birimlerden ya da 1’lerden sınırsız bir miktar varolur.

(3) İdeal birimler arasında hiç bir farklılık yoktur: Böyle iki birim birbirlerinden ayırdedilemezdir.

(4) İdeal bir birim, bir parçalar ya da bileşenler ya da karakteristikler çokluğu içermez: Böyle bir birimi hangi bakış açısında alırsak alalım o, bir ve yalnızca Bir’dir.

(5) Her Matematiksel Sayı için sonsuz sayıda kopya vardır. Sonsuz sayıdaki ideal birimlerden N sayıda birimi sonsuz sayıda seçenek içinde seçebiliriz. Her seçim bize N Matematiksel Sayısının bir tasarımını verir.

(6) İlkel ya da temel aritmetiksel kavramlar basit küme kuramsal kavramlardır.

(Matematiksel Sayılar öğretisi içinde toplama, çarpma ve eşitlik gibi temel kavramların tam olarak nasıl yorumlandığı konusunda bir takım kuşkular olabilir. Toplamayla ilgili olarak Platon ve Aristoteles’in dili çoğu zaman, iki Matematiksel

[1] *Philebus*, 56 d-e. Krş. *Devlet* 525 b-d, *Yasalar* 819 a-c.
[2] *Devlet* 525 d. Krş. *Theaetetus* 195d-196b.

Sayıyı toplamanın yalnızca onların küme kuramsal toplamını ortaya koymak olduğu izlenimini yaratır.)

(7) Matematiksel Sayılar aritmetik tarafından incelenen sayılardır. Aritmetiğin kavramları onlar için ve yalnızca onlar için tanımlanır.

IIb: İdeal Sayılar aşağıdaki özelliklerle karakterize edilirler:

(1) Onlar, ideadırlar, yani (Birlik) İkilik, Üçlük v.b. idealarıdır.

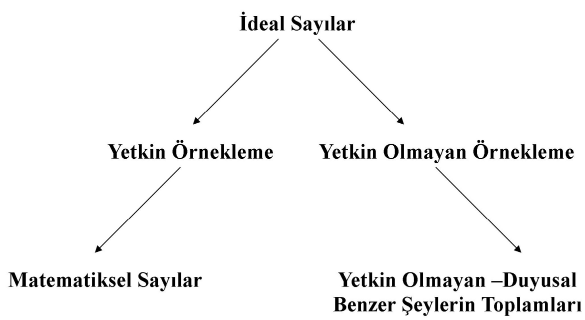
(2) İdealar olarak İdeal Sayılar basit entite ya da varlıklardır.

(3) Özellikle, bunlar Matematiksel Sayılar gibi birim kümeleri değillerdir.

(4) Daha önceden belirtildiği gibi, aritmetiğin küme kuramsal türden olan kavramları, İdeal Sayılar için tanımlanmaz. Öyleyse, aritmetiğin önermeleri İdeal Sayılarla ilgili değildir. Örneğin, 2+3=5 denklemi yalnızca, 2 ve 3 Matematiksel Sayılarının toplamının 5 Matematiksel Sayısını doğurduğunu söyler; o, aritmetiksel toplamın kendisi için tanımlanmamış olduğu İdeal Sayılara ilişkin olarak hiçbir şey söylemez. Aynı şekilde, 2<5 aritmetiksel önermesi yalnızca 2 ve 5 Matematiksel Sayıları için geçerlidir, İdeal Sayılar için < (küçüktür) ilişkisi tanımlanmamıştır.

(5) Bununla birlikte, (1), 2, 3,... diye düzenlenen İdeal Sayılar arasında, kendisiyle onların Matematiksel Sayılar dizisine koşut olan bir seri içinde düzenlendikleri, bir öncelik ilişkisi vardır.

(6) İdeal Sayıların araştırılması genel İdealler kuramının, yani Diyalektiğin işidir.




III. Matematiksel sayılar, ideal sayılarla duyusal şeyler ya da duyusal şeylerin toplamları arasındaki “ara nesneler”dir. Aristo’dan kaynaklanan bu formülasyon, aşağıdaki şemada somutlaşan önermeleri ifade ediyor görünür.

IV. Platon’un ara matematiksel sayılara inanma en azından kısmen, onun ara geometrik nesneler öğretisini benimseme nedenlerine, tabii ki onu bilinçli olarak uyguladıysa eğer, benzerdir. Platon aritmetiğin önermelerinin doğru olduğundan ancak, Aristo’nun sözlerinden alıntı yapacak olursak, onların duyusal şeyler için doğru olmadığından emindi.[3] Şu halde onlar başka bir şey için doğru olmalıdırlar ve aritmetiğin önermelerinin kendileri için doğru olduğu bu şeyler Matematiksel Sayılardır.

Sanırım, bu argümanın mantığı aşağıda olduğu gibi daha açık hale getirilebilir:

1. Aritmetik doğrudur.

2. Aritmetiğin doğruluğu tamamen Birlik, İkilik v.b. idealarından yani İdeal Sayılardan gerçek anlamda pay alan nesnelerin var oluşunu gerektirir.

---

[3]*Metafizik* 1090 a 35-37.

3. Duyular dünyasında ideal sayıların yetkin örnekleri yoktur. Öyleyse;

4. İdeal sayıların yetkin örnekleri duyular dünyasının dışında bir yerde var olur. İdeal Sayıların bu yetkin ideal örnekleri matematiksel sayılardır.

V. Felsefî geometri gibi, felsefî aritmetik de ezeli ve ebedi varlık dünyasıyla ilgilenir. Platon'un çağdaş geometride kullanılan "saçma" dil hakkında[4] söyledikleri şu halde aritmetik dilini de kapsayacak şekilde düşünülmüş olmalıdır. Biz, aritmetikte, sözcüğün tam ve gerçek anlamı içinde konuşulduğunda, iki sayıyı birbirine "ekleyip" ve bu şekilde onların toplamlarını meydana getirmeyiz: İki sayının toplamının ezeli ve ebedi bir varoluşu vardır; ve biz zihnin gözünü söz konusu toplama doğru yöneltebiliriz. Demek ki, Aristo'nun *Fizik* adlı eserinde yer alan aktüel aritmetiksel sonsuz sayıntısına ilişkin eleştirisi, muhtemelen Platoncu bir öğretiye ilişkin bir eleştiri olarak düşünülmüştür. Aristo'ya göre sayı dizisi yalnızca bize verilen sayı her ne olursa olsun, bizim daima daha büyük bir sayı meydana getirebilmemiz anlamında sonsuzdur.[5] Bu, tamı tamına *Devlet* diyalogunun yazarının, yani Platon'un, eleştireceği uygun olmayan aritmetiksel dil türüdür. O, öyle görünmektedir ki, bunun yerine, verilen her sayı için daha büyük bir sayının var olduğunu dile getirecekti. Platon'un geometri felsefesindeki, bizim birer öneri olarak sunduğumuz VI ve VII nolu tezlerin onun aritmetik felsefesinde benzerleri vardır.

VI. Felsefî aritmetik, kendilerini kanıtlamaksızın doğru kabul ettiği belli varsayımlardan (aksiyonlar) yola çıkan tümdengelimsel bir bilimdir.

VII. Bu varsayımlar Diyalektik tarafından ilk ilke, başka bir deyişle, iyi ideası temeli üzerinde doğru kılınırlar.

*

Benim birer öneri olarak sunduğum I ve VII oldukça geniş bir çerçeve içinde Platon'un aritmetik felsefesinin, en olasılıklı reconstrüksiyonu olduğuna inandığım şeyi oluşturur. Bu tezler kendimizi Platon'un düşüncesini anlamış kimseler olarak görmezden önce çözülmek durumunda olan bir dizi problem doğurur.

a. Birbirine koşut iki sayı türü bulunduğu sayıntısı temelsiz görünmektedir. İdeal Sayılar birlik, ikilik, üçlük vb. idealarıdır. Eğer bir kimse idealar kuramının temsil ettiği türden bir mantıksal realizm kabul ederse, o kimse bu İdeal Sayıların bir postula olarak öne sürülmesini de kabul edebilir. Fakat niçin Platon buna ek olarak matematiksel sayıları da varsayar? Bunun açık bir nedeni daha önce II, (B), (4)'de belirtilmişti: Platon'un görüşüne göre aritmetiğin kavramları İdeal Sayılar için tanımlanmaz. Ancak bu kez Platon'un niçin söz konusu görüşü savunduğu sorusu ortaya çıkar.

b. Kendilerinden Matematiksel sayıların meydana geldiği ideal birimler ne tür varlıklardır? Onlarla ilgili en temel bilgi, bunların birbirlerinden ayırt edilemez oldukları ve onlardan her birinin parçalarını özsel bir çarpım olmaksızın, mutlak olarak "Bir" olduğudur. Bu betimleme en azından muğlâk ve karanlıktır. Platon, bu birimlere niçin ve ne anlamda böylesi nitelikler yükledi?

---

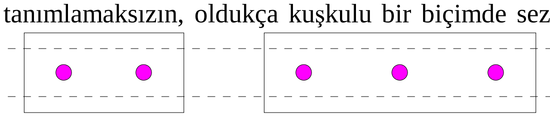
[4] *Devlet* 527 a.

[5] Krş. *Fizik* 207 b, 2-15.

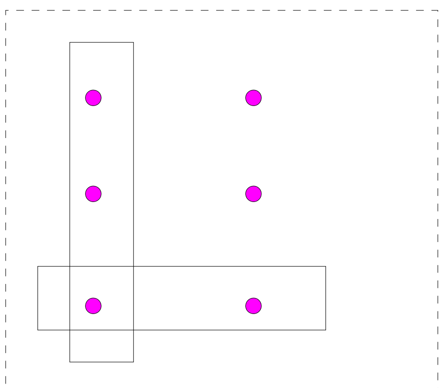
c. Diğer soru II, (A), (6)'yla ilgilidir. Platon toplama, çarpma ve eşitlik gibi aritmetiksel kavramları tam olarak nasıl anladı? O buna uygun olarak, örneğin "2+3=5" gibi aritmetiksel bir önermeyi nasıl yorumladı?

d. Niçin Platon yalnızca matematiksel sayıların İdeal Sayılardan gerçek anlamda pay aldığını düşünmeye eğilimliydi? Örneğin 2 Matematiksel Sayısı İkilik ideasını temsil etmek bakımından, diyelim ki Sokrates ve Protogoras'tan oluşan çiftten (ikili) niçin iyi bir konumdadır. Geometri söz konusu olduğunda Platon'un Euclidci idealların duyusal nesnelerde tam anlamıyla ve doğru bir biçimde örneklenmediklerini dile getirdiğini görmek kolaydır. Söz konusu sav apaçık olgulara ilişkin bir gözlemi kaydeder görünür. Oysa buna karşılık gelen aritmetikle ilgili sav, bir saçmalık olarak görünür.

İşe II. ve III. sorularla başlayalım. Platon, temel aritmetiksel kavramaları, onları tanımlamaksızın, oldukça kuşkulu bir biçimde sezgisel olarak anladı. Eğer, biz, Yunan matematikçilerinin yaptığı gibi, birimleri noktalar ile gösterirsek, 2 ve 3 sayılarını sürekli doğrular tarafından sınırlanmış iki nokta kümesi olarak düşünebiliriz:



Bu durumda, 2'nin ve 3'ün toplamı noktalı çizgi içinde kalan küme olarak düşünülebilir. Aşağıdaki şekil benzer bir biçimde, bu sayıların çarpımını gösterir:



Bu Euclid'in toplama ve çarpmayı işte bu şekilde anladığı, (Krş. *Elementler*, kitap VII, tanım 15), ve Platon'un bundan farklı bir biçimde düşündüğüne inanmak için hiçbir neden yoktur. Biz bu sezgisel düşüncelerin işaret ettiği tanımları daha açık hale getirmeye çalışabiliriz. Çünkü sınırsız sayıda çok matematiksel 2'ler, 3'ler vb. olduğundan biz "2", "3" ... sayılarının, 2'lerin, 3'lerin .... her hangi birini muğlak bir biçimde gösterdiğini düşünürüz. 2+3=5 gibi bir ifadeyi, biz "2"'nin ve "3"'ün toplamının sayısal olarak 5 ettiğinin ifadesi olarak yorumlayacağız. Verilen bir sayısal eşitlik (birimlerin sayısının aynı olduğu) ilişkisini, biz m+n toplamını, ortak hiçbir birimi bulunmayan, n'e eşit bir küme ile m'e eşit bir kümenin birleştirilmesiyle elde edilmiş bir küme olarak tanımlayabiliriz. m ile n'nin çarpımının sonucu da, benzer şekilde m'deki her bir birimin n'ye eşit bir küme ile bağlılaşımı ve hiçbir ortak birimi olmayan bu iki kümeden oluşturulan n-sayılı kümelerinin birleştirilmesiyle elde edilen bir küme olarak açıklanabilir. (Tanımların şüpheli oluşu zararsızdır. Çünkü kümelerin spesifik seçimleri aritmetiksel ifadelerin doğruluk değeriyle ilgili değildir.)

Eğer bu açıklama Platon'un görüşüne uygunsa, o haklı olarak, birimlerin, aşağıdaki anlamda, ayırdedilemez olduğunu söyler. 2+3=5 gibi bir ifadenin doğruluk değeri, 2, 3 ve 5 sayılarını belirtmemizi sağlayan, ikili, üçlü ve beşli birimlerle aynı kalır. Eğer böyle bir ifade her ne olursa olsun doğruysa, bu ifade içerisinde, birimlerin farklı n-sayılı kümelerinin ifade ettiği, aynı “n” sayısının farklı oluşumuna izin versek bile, o doğru olur. Bundan dolayı, aritmetiğin bu görüş noktasında, bir birimi diğerinden ya da sayısal olarak eşit olan birimlerin bir kümesini diğerinden ayırt edecek hiç bir şey yoktur. Aritmetiğin, sınırsız sayıda pek çok farklı birimlerin varlığını gerektirdiği doğrudur. Fakat bir birimle diğeri arasındaki bütün farkın, bu fark aritmetik terimlerle ifade edilebilir olanın ötesine düşse de, (varsayılan temel aritmetiksel vokabülerin toplama, çarpma ve eşitlik için sayılar ve simgelerden ibaret olduğu söylenebilir.)

Her ne kadar, ben yukarıdaki açıklamanın Platon’un görüşünün makul bir rasyonalizasyonu olduğuna inanıyorsam da, kuşkusuz ki, bu da bir rasyonalizasyondur. Çünkü Platon belirsiz bir değişkenin net bir tanımını yapmamış ve onun matematiksel sayılarla ilgili aritmetik yorumu da oldukça belirsiz kalmıştır. Çünkü o formelleşmiş bir aritmetiksel dili gerçekleştirememiştir; belirgin bir aritmetiksel terimle ifade edilebilme ya da aritmetiğin görüş noktasından ayırt edilemez olma kavramına sahip olamamıştır. Ben onun, daha sonraki düşüncesi ve “mutlak ayırt edilemezlik” arasındaki farkı bütünüyle kavradığından ve aynı zamanda, son derece çok olan birimlerin, tek özdeş bir “bir”in değişik pek çok görünümleri olduğuna dikkat ettiğinden şüpheliyim. Birimlerin 2 n-sayılı kümeleri aynı şekilde tek bir özdeş n’in belirtisi olarak görünecektir. Ve bizim daha önceki toplama ve çarpma tanımlarımız daha kolay (fakat saçma) tanımlamalara yönelik bir bozulmaya uğrayacaktır: m+n, m ve n’nin birleştirilmesiyle elde edilmiş bir kümedir; m x n, m’deki birimlerin pek çok kere m’deki birimlerin n’e bağlanmasıyla elde edilmiş bir kümedir. 2+3=5 ifadesi kısaca şu anlama gelir: “2 ve 3’ün birleştirilmesiyle elde edilmiş bir küme 5 kümesidir”. Platon’un dili (özellikle *Phaedo*’nda), aynı şekilde Aristo’nun da, onun aritmetiksel ifadeleri bu yalınlaştırılmış fakat mistik bir tarz içerisinde yorumlama eğiliminde olduğunu göstermektedir. Yalınlaştırılmış ifade biçimi, tam tersine, mutlak anlamda, birimlerin ayırt edilemezliğinin olanaksızlığını gerektirecektir. Eğer, a ve b gibi iki birim için, n, n+1 ile aynı anda meydana gelen b ile artırıldığı kadar a ile de artırılırsa, o zaman a ve b arasında herhangi bir fark olamaz. Sanırım, Platon’un kendi birimlerini en azından kısmen, ayırt edilemez kabul etmesi mümkündür. Çünkü o, kendi matematiksel sayı kuramının gereksinim duyduğu aritmetiksel kavramların tanımlarını (daha önce belirtilen) belirlemekte başarısız olmuştur.

*

Platon’un sayı felsefesi, zamanının Yunan Matematiğinde geçerli olan sayı kavramının arka-planına karşıt bir görünüştedir. Eğer biz bu kavramı eldeki kaynakların ışığı altında incelersek, hemen Yunan Matematikçilerinin ve Filozoflarının genellikle sayıyı, bir kaç anlamda birimlerin sentezi toplamı ya da çokluğu olarak düşündüklerini görürüz. Hali hazırda, Thales’in sayıyı bu tarzda tanımladığı belirtilmektedir ve benzer tanımlar daha sonra sürekli olarak, sanki bunlar apaçık şeylermiş gibi tekrarlanmıştır.[6] Bu, Platon’un matematiksel sayı tanımıyla bu sayı tanımının özdeş olduğu çelişkisine düşmektir. Çünkü karakteristik olarak Platon’un anlamında ideal varlıklar inancıyla meşgul olan Pre-Platoncu filozoflardan her hangi birinin bu tanımdan etkilendiğine dair

[6]Krş. T. Heath, *A History of Greek Mathematics*, vol. I, ss. 69-70.

hiç bir delil yoktur. Platon'un duyuüstü ezeli ebedi varlık alanına ait birimleri -bildiğimiz kadarıyla- Pre-Platoncu filozoflarca bilinmemekteydi. Bu tarihsel olguya Aristo tarafından dikkat çekilmiştir:

> "Onun (Platon) Pythagorasçılardan farklı olarak Bir'i ve sayıları (duyusal) nesnelerden ayırmasının ve idealarıortaya atmasının nedeni, tanımlar alanındaki araştırmalarıdır. Çünkü ondan önceki düşünürlerin diyalektik hakkında hiç bir bilgileri yoktu".[7]

Sayının "birimlerin çokluğu" olarak tanımlanması başka bir anlama sahip olmalıdır ve Pre-Platoncu filozoflar için, Platon için taşıdığı anlamdan, daha az sofistike bir anlam taşımalıdır.

Aristo bize, iki sayı anlayışı arasında bir ayırıma gitmek gerektiğini belirtir. Örneğin, (i) sayılabilen nesnelerin toplamı (collection) anlamındaki sayı (ii) sayılabilen toplamlar aracılığıyla meydana gelen şey anlamındaki sayı[8]. Çünkü Platon (hocası Sokrates ile birlikte) soyut kavramlar ve bu kavramların kendilerine atfedildiği nesneler arasındaki farkı açıkça kavrayan ilk kişiydi; (i)'deki anlamda sayıya işaret eden Pre-Platoncu sayı tanımlarını varsaymak çok cüretkâr bir hipotez değildir. Pre-Platoncu filozofların sayıyı birimlerin sentezi olarak ifade etmelerini, ben daha önce belirtilen sayı tanımının bir ifadesi olduğunu varsayacağım. Öyleyse tanımdan ne kastedilmektedir? Aristo'nun sayı tartışmasında bu tanım daima mutlakmış gibi kabul edilmiştir. Fakat Aristo'ya göre tanım, kendi içerisinde, Platon'un matematiksel sayı kuramının kabulünü ima etmemektedir. Aristo'da biz, gerçekte, (i)'deki anlamda daha yalın bir sayı açıklamasını belirten tanımın diğer bir anlamının belirtilerini bulabiliriz. Gerçi Aristo'nun formülleri hemen hemen kesinlikle kendisinindir ve her ne kadar Aristo öncesi bir kimsenin, onun açıklık ve kesinlik derecesine ulaşabildiğine inanmak güç ise de, sanırım, bu, onun daha açık ve kesin hale getirdiği, olağan Yunan sayı kavramıdır.

Aristo'ya göre, sayma, gerçekte diğer bütün ölçü(m)lerin proto tipi olan bir tür ölçü(m)dür.[9] Bütün ölçümler gibi sayma da, üzerinde mutabık kaldığımız bir ölçüyü gerektirir. Bunlardan bir tanesi saymaya atfedilen ölçüdür. Bu ölçünün niteliğini O, aşağıdaki gibi açıklar:

> "Ölçü daima ölçtüğü bütün nesnelere uygulanabilen belirli özdeş bir şey olmalıdır. Örneğin, nesneler atlar ise, ölçü attır, insansa insandır. Eğer nesneler bir insan, bir at ve bir eşya ise, ölçü de muhtemelen "yaşayan bir varlık" dır; ve bunların sayısı yaşayan varlıkların sayısı olacaktır. Eğer nesneler "insan", "çubuk" ve "yürüme" .... ise, bunların sayısı "türlerin" sayısı ya da türden bir terimin sayısı olacaktır".[10]

---

[7]*Metafizik* 987 b 29-33.
[8]*Fizik* 219 b 5-7.
[9]*Metafizik* 1052 b 18-27.
[10]*Metafizik* 1088 a 8-14. Krş. *Fizik* 220 b 20-22, 223 b 13-15.

Aristo’nun bu doktrinini, ‘sayma belirli bir birim kavramı üzerinde mutabık olmayı gerektirir’ diyerek reddedebiliriz. Bu olgunun önemli bir sonucu sayının esas itibariyle bizim birim kavramı seçimimize bağlı olduğunun kabul edilmesidir. Üç evli çiftle karşılaştığınızı varsayalım. Eğer saymak isteseydik, bu istek birim kavramı açıkça belirtilmediği sürece belirsiz kalacaktır. Çünkü eğer biz birim kavramını “insan varlığı” olarak kabul edersek, saymanın sonucu 6 olacaktır. Yok, eğer birim kavramını “evli çift” olarak kabul edersek bu kez sonuç 3 olacaktır. Bildiğim kadarıyla bu sonuç genel biçimiyle Aristo tarafından ifade edilmemiştir. Bunun belirli bir nedeni, birim kavramındaki değişmenin “bir”den “daha çoğa” ya da “pek çoğa” saymanın sonucunun değişmesidir; her ne kadar sayma aynı nesne ya da nesnelerle ilgili kalsa da. Bu sonuç -Platon’un aritmetiksel felsefesinin anlaşılması için galiba önemlidir- Aristo tarafından ortaya atılmıştır. O gerçekte hiçbir paradoksun çapraşık olmadığını, çünkü onun farklı özellikleri bir araya getiren bir toplam olabileceği gibi, farklı kısımları içeren bir bütünlük de olabileceğini açıklar.[10a]

Burada biz, Platoncu imalardan bağımsız olan Yunan matematiksel bir tabir içerisinde kullanılan “birim” sözcüğünün önemine sahibiz. Her nasılsa, belirlenmiş ya da sınırlanmış bir alan ya da bölge içerisindeki nesneleri saymak demek onları seçilen belirli bir birim kavramına göre saymaktadır. Eğer ben “bu odada 5 erkek vardır” diyorsam, benim birim kavramım insandır. Eğer ben “kafamda iki kulak vardır” diyorsam, benim birim kavramım kulak ya da, belki de kafamdaki kulaktır.

“Bir” ya da “birim” teriminin bu önemiyle diğer önemi ilişkilidir. Sayılan nesnelerin her biri birim ya da 1 (birim kavramına bağlı) olarak da adlandırılır. Eğer ben Sokrates, Gorgias, Protogoras’ı İnsan birim kavramına göre saydığımı söylersem, üçünden her biri bir birimdir (biri kavramına bağlı). Bu, Yunan matematiksel terminolojisinde kullanılan birim teriminin ikinci şeklidir. Bu anlamda her nesne belirli bir context içerisinde bir birim ya da 1 olarak düşünülebilir. Bu kullanıma göre, Aristo şunları söylemektedir:

> “Biz, kısmen olsak da, genelde 1 ve 1’in, nesneler eşit olsun olmasın, 2 ettiğini varsayarız. Örneğin, iyi ve kötü ya da insan ve at gibi”.[11]

Bu anlamda bir birim (verilen birim kavramına bağlı) genellikle aşağıdaki yalın anlamda bölünemezdir: Bir insan aynı anda bir kaç insana ayrılamaz; bir at aynı anda bir kaç ata ayrılamaz. Aristo bu konuda şunları söylemektedir:

> “Sayı içerisinde minimum doğrultusunda bir sınır olduğunu varsaymak doğaldır... Bunun sebebi birin bölünemez oluşudur. Örneğin bir insan bir insandan daha

---

[10a] *Fizik* 185 b 25-186 a 3.

[11] *Metafizik* 1082 b 16-19. *Elementler*’in VII. kitabında Euclid’in verdiği “birim” ve “sayı” tanımları bir bütünlük oluşturmak için çok taşımaktadırlar. Zaten biz bu tanımları Aristo’nun “birim” terimini kullanımında görmekteyiz. Tanım 1’e göre “birim bir diye adlandırılan her hangi bir şeyle ilişkili olan şeydir”. -burada Euclid muhtemelen birimi birim kavram olarak düşünmektedir. Tanım 2’ye göre “sayı birimlerden ibaret bir çokluktur”.- burada Euclid birim kavramını yüklendiği her bir nesneye uyguluyor görülmektedir.

> fazla olamaz. Diğer taraftan sayı birlerin ve onların belirli niceliklerinin çokluğudur. Bundan dolayı sayı bölünemezde sona ermelidir....[12]

Ben, Platon'dan önceki Yunan matematiğinde geçerli olan ve sayının tanımını "birimlerin çokluğu" olarak kabul eden hipotezlerin, Aristo'nun bu açıklamaları ışığında anlaşılabileceğini savlıyorum. Aristo'nun açıklamalarında sayının tanımını soyut bir sayının değil de, bir şeye yüklenmiş bir sayının düşüncesi olarak varsayılıyordu. Nesnelerin çokluğu olarak kabul edilen sayı, seçilen bir birime bağlı olarak düşünülmüştür. Bu kavramla ilişki içerisinde bulunan sayısal nesnelerin kendileri birimlerdir ve genellikle bunlar aynı zamanda, önemsiz de olsa, bölünemez birimlerdir.

Üstelik bu apaçık sayı kavramı Yunan matematikçileri arasındaki bir konuşma tarzıydı ve Platon'un zamanında, Pythagorasçılar tarafından geliştirilmiş olan, diğer bir sayı yorumu daha vardı. Pythagorasçılar aynı zamanda sayının birimlerin çokluğu olduğunu da belirtmişlerdi. Fakat onların dilinde bu ifade daha çok gizli bir anlam taşımaktaydı. Onlara göre birimler fiziksel noktaların ya da bölünemez maddesel parçacıkların bir türüydü ve onlar sayıları bu tür noktaların dizilişi olarak düşünüyorlardı.[13]

*

Platon'un idealar kuramı görüşü içerisinde hem genel Yunan hem de Pythagorcu sayı kavramının çok kusurlu olduğu görülmektedir. Çünkü sayılar nesnelerin çok sayıda belirli toplamlarına yüklenmişlerdir; sayıların kendileri ise, -idealar kuramına göre- daha önce toplamları söz konusu edilen belirli ideal varlıklardır. Fakat Pythagorcu görüş sayıları onların maddesel örneklerine indirger: 1sayısı bir noktayla, 2 sayısı iki noktayla v.s. özdeştirler. Her ne kadar muhtemelen Platon, Pythagorcu doktrinden etkilenmişse de, o açıkça bunu bir görüş olarak kabul etmedi. Sayıyı birimlerin çokluğu olarak gören genel Yunan sayı tanımı, bize yalnızca sayıların kendindeliğini değil, bir şeye yüklenmiş halini belirtmektedir. Platon bununla yetinmemiştir. Phaedo'nda o, doğrudan doğruya tanımı hedeflememiş olsabile yine de ona uygulanabilir olan, bir eleştiri formüle etmiştir.[14] Philebus'de ise tanım muğlak olmayacak şekilde anlatılmıştır ve Platon, onu uygunsuz bulduğunu belirtmektedir.[15] Platon'un matematiksel sayıyı ve ideal sayı kavramları, onun yeterli görmediği varolan sayı tanımları üzerinde düzenlemeler yapmak için, iki girişim olarak düşünülebilir.

Her ne kadar Platon sayıların açıklanmasını kuramsal olarak yapmak istemişse de, o açıkça tamamen kendisini iki sayısının ikili küme, üç sayısının üçlü küme v.s. olduğu inancından kurtaramamıştır. Platon'un özel matematiksel sayı kuramı, sanırım, -

---

[12] *Fizik* 207 b 1-8.

[13] *Metafizik* 986 a 20-21, 987 b 27-29, 1080 b 16-20; *Fizik* 213 b 22-29; *De Caelo* 300 a 14-19. Pythagorcu sayı kavramı geniş bir literatür konusudur. Krş. P. Tannéry*: Pour L'histoire de la Science Helline* (2. baskı Paris 1930). f. M. Cornford: *Plato ve Parmenides* (Londra 1939). f. Enriques, "La Polemica Eleatica per il Concetto Razionale della Geometria", *Periodico di Matematiche,* 1923, G. Milhaud: *Les Philosophes Géométres de la Grèce* (Paris 1900).

[14] Krş. ss. 134-135.

[15] Krş. ss. 125-127.

en azından kısmen- soyut ve somut görüş noktası arasındaki birbirini takip eden bozulmayla açıklanabilir. Eğer 2 kuramsal olarak iki nesnenin kümesi ise, 2 nesne o kümeyi meydana getirebilir mi ? Açıkçası, iki sayısının, Sokrates ve Gorgias'tan ya da, diğer iki belirli ferdi nesneden ibaret olduğunu söylemek, bağdaşmaz bir ifadedir. Eğer biz ikinin soyut niteliğini korumak istiyorsak, onun iki tane soyut 1'den ya da iki ideal birimden ibaret olduğunu belirtmek durumundayız.

Eğer bu çağrışımlar dizisi Platon'un sınırsız sayıda pek çok ideal birimi varsaymasına izin verirse, sanırım, biz onun niçin bunları bölünemez olarak düşündüğünün ilave bir nedenini de görmüş oluruz. Birimler yalnızca kuramsal olarak bir sayısıyla belirtilen varlıklar olarak varsayılmıştır. Sunulan bu düşünce çizgisinin özelliğinden dolayı, bu nitelendirmeyi ve bireyselleştirilmiş birimleri tamamlamak imkansızdır. Çünkü matematiksel 2 belirli herhangi bir nesne çiftinden farklı olacaktır; Onun birimleri belirgin parçacıklarla özdeş olamaz. Bundan dolayı biz tamamen, kuramsal olarak, ideal birim olan bir hakkında ve fark edilebilir olan bir birim ve diğeri arasıda hiç bir fark olmadığını belirtebiliriz.

Aristo'nun tanımladığı, Pre-Platoncu filozofların anladığı, birim sözcüğüyle, Platon ve onun izleyicilerinin bu sözcüğü kullanımları arasındaki anlam farklılığına dikkat çekmek önemlidir. Aristo'nun daha önce analiz edilen terminolojisindeki "birim" ne bir birim kavramı, örneğin saymayla ilgili bir kavram, ne de verilen birim kavramına göre sayılan bir nesnedir. Platon'un terminolojisinde ideal bir "birim" kuramsal olarak her biri bir olan sınırsız ideal varlıkların bir kümesi içerisindeki her hangi bir şeydir.

Platon'un ideal birim sayıntısı muhtemelen Pythagorcu doktrini çağrıştıran belirli kaba sezgisel bir içerikten türetilmiştir. Açıkça anlaşılmaktadır ki Aristo için, ideal birimler geometrik ya da fiziksel noktalara benzerdir. Aristo'ya göre, ideal bir birim ve nokta arasındaki fark, yalnızca, birimin konumunun olmamasıdır; oysa ki bir nokta:

> "nicelik bakımından hiçbir şekilde bölünebilir olmayan
> nokta veya birimdir -yani hiçbir konumu olmayan birim;
> konumu olan noktadır".[16]

Bazen o, birimi "konumu olamayan bir nokta" olarak da nitelemektedir.[17] Belki de Platoncu ideal birimlerin, Cheshire Kedisi'nin kendi kendisine gülümsemesi gibi, -bazen kedi gittiği halde bu gülümseyiş devam eder-, Pythagorcu noktalarla ilişkileri henüz tam olarak belirtilmemiş olabilir.

Her ne kadar matematiksel sayılar kuramı Platon öncesi Yunan sayı kavramları üzerinde yüksek derecede soyutlamalar yapılması yönünde bir ilerlemeyse de, bu kuram,

---

[16]*Metafizik* 1016 b 29-31.

[17]*Metafizik* 1084 b 26-27. "Die Lehre vom Geraden und Ungeraden im Neunten Buch der Euklidischen Elemente", s. 537. O. Becker bu birim tanımı ve Pythagorcuların küçük taşların yardımıyla matematiksel problemleri inceleme geleneği arasındaki ilişkiye dikkat çeker. Eğer bir taşın bir geometrik şekil içerisindeki bir noktayı gösterdiği varsayılırsa, onun konumu önemlidir; fakat fakat eğer o bir sayı birimini göstermekte kullanılırsa, o zaman o sayının diğer birimleri arasındaki konumu önemlidir. Aynı zamanda Becker s. 547'de bu gelenekten muhtemelen, *Gorgias* 450 d'de ve *Yasalar* 820 c-d'de de bahsedildiğini belirtmektedir. Burada matematik ve draughtların (pette utik, pettos=taş) oyunu akraba sanatlar olarak zikredilmektedir. Krş. *Phaedros* 274 c-d.

idealar kuramının gereksinimlerine uymakta da başarısızdır. Sayıları ideal varlıklar olarak tasavvur eden matematiksel sayılar kuramı doğrudur; fakat henüz düşünce olarak değil. Çünkü 2 sayısı nesnelerin farklı toplamlarını ifade ettiğimiz ve benzer şekilde birbirinden farklı tek tek insanların insan olduğunu ifade ettiğimizi söylediğimiz bir şeydir. İdealar kuramına göre, 2 sayısının İnsanlık İdeası'yla eşit derecede bir idea olduğu umulmaktadır. Eğer 2 bir ideaysa, idealar kuramından dolayı, o (i) tek bir varlık, (ii) bütün ikili toplamların pay aldığı bir şey ve (iii) asıl itibariyle yalın olmalıdır. İdealar kuramını analiz ettiğimiz sırada açıkladığımız gibi, (ii), 2'nin kendisinin tamamen ifade edilebildiği bir şey olmadığını ifade etmektedir. Her ne kadar, duyular dünyasından ayrılmış ise de, matematiksel 2 sayısı, Platon'un tanımladığı gibi, bu üç gereksinmeyi karşılamakta başarısızdır: (i) tek bir şey değildir. Çünkü sınırsız sayıda pek çok matematiksel 2'ler vardır. (ii) bütün ikili toplamların varlığı da değildir. Çünkü onun kendisi de ideal birimlerin ikili toplamıdır. (iii) birimlerin toplamı olan varlık, ne de esas itibariyle yalındır. Bundan dolayı Platon, sayı hakkındaki nihai doğruluğu oluşturan matematiksel sayılar kuramıyla yetinmemiştir. Yukarıda bahsedildiği gibi, matematiksel sayıları, o tek tek bir, iki, üç v.s. yani ideal sayılar olarak varsaymıştı. Phaedo'nda biz doğrudan doğruya Platon'un matematiksel sayılardan ideal sayılara nasıl geçtiğine tanık olmaktayız. a birimiyle b biriminin toplamının 2 ettiği olgusu -*Phaedo*'nda Sokrates belirtmiştir- yalnızca eğer biz ikilik ya da iki ideasını hesaba katarsak ve a ve b birimlerinin toplamının o ideadan pay aldığını dikkate alırsak, açıklanabilir.[18]

Bu şekilde biz, sanırım, Platon'un iki farklı sayı türünü nasıl varsaydığını anlayabiliriz. Matematiksel sayılar kavramından ideal sayılar kavramına ilerlediği zaman Platon, kendi idealist sisteminin çerçevesinde, esas itibariyle hâlâ geçerli olan, birimlerin kümeleri olduğunu belirten pozitif tamsayılar tanımını reddeden ve bu tanımın yerine pozitif tamsayıların kavram kümeleri olduğunu belirten tanımı koyan, Alman mantıkçı Gottlob Frege'nin son yüzyılda attığı adımın aynısını atmıştır. Pozitif tamsayılarla ilgili benzer bir yorum da daha sonra, pozitif tamsayıları kümeler kümesi olarak tanımlayan, Bertrand Russel tarafından geliştirilmiştir. Bir kümeden, kavramdan ya da o kümenin belirlediği nitelikten bahsetmemizin fazla bir önemi yoktur. Bu nedenle, pozitif tamsayıların Frege-Russel'cı yorumunun altındaki temel sezgi de, bunların kümelerin özellikleri olduğu şeklinde ifade edilebilir.[19] Bu şekilde ifade edilen yorum açıkça Platon'un İdeal Sayılar kavramına benzemektedir. Fakat Platon kendi keşfinin bütün sonucunu gerçekleştirmekte başarılı olamamıştır. Frege'den farklı olarak o kümelerin özellikleri anlamındaki sayıları, yalnızca gerekli olan sayılar ve sayılar için tanımlanabilir aritmetik işlemler ve ilişkiler olarak düşünmedi. Aritmetiksel ilişkiler ve işlemler konusunda da onun yalnızca kendi matematiksel sayılarına uygun olanlardan başka diğer tanımları tasarlayamadığı anlaşılmaktadır. Sonuç olarak, o ideal sayıların aritmetiğin anlamının ötesine düştüğünü ve Felsefi Diyalektiğin konusunun bir kısmını oluşturduğunu varsaymıştır.

---

[18]Krş. s. 135.

[19]Krş. 6. Frege: *Die Grundlagen der Arithmetik*, (Breslev 1884, yeniden basımı Oxford 1950) ve B. Russell: *Introduction to Mathematical Philosophy* (Londra 1949).

*

Şimdiye kadar biz, bu bölümün başlangıcında özetlenmiş bulunan Platoncu aritmetik felsefesinin yalnızca bir kısmını açıkladık. Bu anlatılanlardan başka, geriye niçin Platon'un Matematiksel Sayılardan ibaret olan, ideal birimleri esas itibariyle karmaşıklıktan uzaktır. ve niçin o sanki, matematiksel sayıların ideal sayılar türünden olduğundan (başka) hiçbir şey varsaymamıştır. Devlet'in VII. kitabında, Platon'un davranışları için bize ipucu veren bir pasaj vardır. Burada Sokrates, zihni ideal bir gerçeklik için, yani izlenimleri tersi izlenimlerle eş zamanlı olan, gerçeklik için, duyusal dünyanın ötesine bakmaya davet eden belirli bir duyu izlenimi olduğunu iddia etmektedir. Soru birim ve sayının izlenimler kategorisine ait olup olmadığını belirtmektedir:

> "Söylediklerimize göre düşün. Gözler, ya da başka bir duyu, tekliği olduğu gibi görürse, bu bizi varlığın özüne götüremez. Demin örnek aldığımız parmağın götüremediği gibi.... Ama, teklikte herhangi bir çelişme olur da, çokluk gibi görünecek olursa, bir yargıca baş vurmamamız gerekir. O zaman ruhu, ister istemez duraksar... Düşünceyi dürtükleyip uyandırır, araştırmalar yapmak zorunda kalır. Tekliğin ne olabileceğini kendi kendine sorar. Bu tekliği kavrama çabası, ruhu, varlığın özüyle karşı karşıya getirir.
>
> [Gluacon] evet muhakk ki, tekliği görmede bu özellik vardır gerçekten. Aynı şeyi hem tek hem de alabildiğine çok olarak görebiliriz.
>
> [Sokrates] O zaman, eğer bu bir için doğruysa, bütün sayılar için de doğru olmaz mı ?
>
> Elbette".[20]

Platon burada, kuvvetle Zenon'un paradokslarından[21] birini hatırlatan bir akıl yürütme çizgisini benimsemiş görünmektedir. İnanıyorum ki biz onun argümanını aşağıda verilen daha formel bir tarzda daha açık hale getirebiliriz:

a. Eğer her sayı tamamen duyusal nesne uygulanabilirse, o zaman bu kümedeki her nesne tamamen bir (tek)dir.

b. Fakat her duyusal nesne çok sayıda nitelik, kısım ve parça içerir.

c. Öyleyse, hiçbir sayı tamamen her duyusal nesne kümesine uygulamaz.

d.Öyleyse, hiç bir sayı tamamen her duygusal nesne kümesine uygulanamaz.[22]

Argüman, eğer hipotezlerimiz doğruysa, açıkça klasik Yunan sayı tanımında "birimlerin çokluğu" olarak ifade edilmiştir; yani sayılar daima verilen bir birim

---

[20] *Devlet* 524 d - 525 a.

[21] Krş. text no 8 H.D.P. Lee: *Zeno of Elea* (Cambridge 1936).

[22] Akıl yürütmenin bu şeklinin değişik bir durumu *Parmenides* 165 e'de bulunmaktadır..... *Parmenides*'ten alınan bu argüman, Zeno'nun Paradoks'una metinde tartışılan *Devlet*'te alınmış olan argümandan daha yakındır. *Parmenides* 137 c-d, 143 a, ve Sofist 245 a bunu hatırlatan, en azından sözlü olarak akıl yürütmeler içermektedir.

kavramına bağlı olarak belirtilmiştir. Günümüz Platon araştırmacıları arasındaki yaygın kanıya göre, Devlet'ten daha sonra yazılmış olan ve yukarıda belirtilen diyalogların bir kaçında, Platon'un kendisi bu argümanı reddetmiştir. Parmenides'te Sokrates, aynı anda hem birin hem de çoğun gösterilebilmesinin gerçekte zihni karıştıracak bir şey olmadığını belirtmektedir:

> "Ama birisi beni hem çokluk hem de birlik olarak göstermek isterse, bunda şaşılacak ne vardır ? Çünkü o kimse, beni çokluk olarak göstermek istediğinde, sağımın başka, solumun başka, önümün, arkamın başka, üstümün, altımın başka olduğunu, -çünkü çokluktan pay aldığımı düşünüyorum-, beni bir şey olarak göstermek istediğinde de yedi kişi olan bizlerden biri olan benim, birden pay alan bir insan olmam nedeniyle, bir olduğumu söyleyerek, her ikisinin de doğru olduğunu gösterir".

Sokrates böyle bir kişinin muhakkak paradoks olmadığını fakat apaçık bir şey olduğunu da eklemektedir.[23]Platon'un burada Sokrates'i konuşturarak yaptığı kritiği, sanırım, aşağıdaki şekilde daha anlaşılır kılınabilir: Eğer birim kavramı "insan parçası" ise buna göre Sokrates 1'den daha büyük bir sayı ya da çokluk olarak görünür. Fakat "erkek ya da "şu erkek" birim kavramına göre, Sokrates 1 sayısıyla karakterize edilmiştir. Her ne kadar Platon, Devlet'te kullandığı akıl yürütmeyi daha sonra terk etmişse de, bu onun sayı felsefesini oluşturan faktörlerden birisidir. Tamamen Bir'den pay alan şey, tamamen karmaşıklıktan ya da çokluktan yoksun olmalıdır; bu anlamda o bölünemez bir birimdir. Tamamen İki'den pay alan şey bu türden bölünemez iki birimin kümesi olmalıdır v.b. Öyleyse yalnızca matematiksel sayılar tamamen ideal sayılardan pay almıştır ve birleştirilmiş matematiksel sayıların dışındaki ideal birimler yalnızca karşılıklı olarak ayırt edilemez değil, fakat aynı zamanda tamamen yalın bölünemezdir. Eğer bir İdea tamamen bir İdeadan pay almış olan nesnelerin çokluğunun varlığına gereksinim duyuyorsa, (tamamen ideaya atfedilmiş anlamında), İdeal bir sayı, İdeal sayı ve duyusal nesnelerin toplamları arasında, esas itibariyle yalın birimler anlamına gelen pek çok uygun Matematiksel Sayılar var olmadıkça, var olamaz.

*

Platon'un aritmetik felsefesinin kritiğinde Aristo sık sık ideal sayı fikri yerine, daha önce belirtilen, diğer bir fikri koyar. Gerçi Aristo İdeal Sayıların İdealar olduğunu söyler ve Platon'un da İdeaları bileşik olmayan varlıklar olarak gördüğünü belirtir (bundan dolayı özellikle birimlerin kümeleri değil). Platon'un doktrininin kritiğinde Aristo bununla birlikte, İdeal Sayıları birimlerin kümeleri olarak ele alır. İdeal ve Matematiksel Sayılar arasındaki tek fark, kritiğinde Matematiksel Sayılardaki bütün birimleri "bağlantılı" ("karşılaştırılabilir") ve "farklılaşmamış" olarak, buna karşılık İdeal

---

[23]*Parmenides* 129 c-d. Krş. *Sofist* 251 a-c, *Philebus* 14 c-e Aristo aynı sofistik argümanı *Fiziğ*i'nin 185 b 25-34'te kritik etmektedir.

Sayılardaki birimleri ise “bağlantılı olmayan” (“karşılaştırılamayan”) ve “farklılaşmış” olarak, kabul etmesidir.[24]

“Bağlantılı” (“karşılaştırılabilir”) ve “bağlantılı olmayan” (“karşılaştırılama-yan”) gibi Yunan sözcüklerinin (symbletos ve asymbletos) Aristo’daki bilinen anlamı aşağıdaki gibi yer değiştirmeye eğilimlidir: iki büyüklük bağlantılıdır, eğer onlar nicelik bakımından karşılaştırılabilir iseler ya da eğer birisi diğerinden ne daha az, ne daha büyük ne de eşit ise.[25]Aristo terimleri birimlere uyguladığı kadar sayılara da uygular. Terimler sayılara uygulandığı zaman sanki ya tam ifade ettiği anlama ya da ona benzer yakın bir anlama sahip olur. Fakat birimlere uygulandığında terimler sanki başka bir şeyi kastetmektedirler. Birimlere bağlı olarak Aristo “bağlantılı” ve “farklılaşmamış” terimlerini ve sanki bunlar değiştirilebilirmiş gibi, onların zıtlarını kullanır. Sanırım biz onun birimlerin belirttiği iki tipe yönelik nitelemesini, eğer ilk önce İdeal Sayıların birimlerinin farklılaşmadığı sayıntısının gerektirdiği sonuçları göz önüne alırsak, çok iyi anlayabiliriz. Matematiksel Sayıların birimleri ayırt edilemez olmak anlamında farklılaşmamışlardır: bir birimin diğeriyle yer değiştirmesi verilen Matematiksel Sayının özdeşliğini etkilemez. İdeal Sayıların birimlerinin farklılaşması, böylesi her birimin kendi farklı bireyselliğine sahip olmasından dolayı önemlidir: verilen İdeal bir sayının özdeşliği bir birimin diğeriyle keyfi yer değiştirmesine izin vermez. Farklılaşmış birimler hipotezi, Aristo’ya göre, iki alternatif formdan birine ya da diğerine dayanır. Ne (i) bütün birimlerin istisnasız farklılaşmış olduğu, ne de (ii) aynı sayıya ait birimlerin karşılıklı olarak farklılaşmamış olduğu, fakat bir sayıdan elde edilen birimin daima diğer sayıdan elde edilen birimden farklılaşmış olduğu varsayılmıştır.[26] (i)’e göre, farklı birimlerin sınırsız esnekliği vardır: a, b, c, ... gibi, ve her sayı böylesi birimlerin sınırlı bir kümesidir. (ii)’ye göre, 1 $u_1$ birimdir, 2 ($u_2$ , $u_2$) birimlerinin kümesidir. 3 ($u_3$, $u_3$, $u_3$) birimlerinin kümesidir v.s., burada özdeş i için, bütün $u_i$’ler ayırt edilemezdir; fakat $i \neq j$ için, $u_i$ $u_j$’den farklılaşmıştır. “Farklılaşmış birimler hipotezinin her iki şekli de şöyle sonuçlanır: birimlerin tesadüfi seçimi daima bir sayı meydana getirmez: çünkü her birim içerisinde bir sayıyı taşımayabilir. Bu anlamda farklılaşmış birimler “bağıntılı olmayan” diye adlandırılabilir. Matematiksel sayılar içine giren birimler, aksine, onların herhangi bir seçiminin böyle bir sayı meydana getirmesi sebebiyle, “bağlantılı” der.

Aristo’ya göre birimlerin (i) anlamında farklılaşmış olduğu görüşü, her hangi bir savunucu bulamamıştır.[27] Fakat o açıkça Platon’un ideal sayıları (ii) anlamında farklılaşmış birimlerden ibaret olarak kabul ettiğini iddia eder ve onun Platon’un ideal sayılar kuramına yaptığı kritiğinin çoğu, bir yoruma gereksinim duyar.[28]

İdeal Sayıların bu yeni tanımı elbette, daha incelemiş olduğumuz tanımdan köklü olarak farklıdır. Fakat bu yeni anlamdaki İdeal Sayılar yine de eski anlamdaki ideal sayılarla ortak önemli bir özelliğe sahiptir. Platon’un anladığı anlamda, aritmetik

[24]*Metafizik* kitap M bölümler 6-8.
[25]Krş. v.d. Wielen: op. cit. ss. 61-65.
[26]*Metafizik* kitap M bölümler 6-7.
[27]*Metafizik* 1080 b 8-9, 1081 a 35-36.
[28]*Metafizik* 1080 b 11-14. Krş. Kitap M’nin bölüm 7.

ilişkileri onlar için tanımlanmış değildir. Bu anlamda farklılaşmış ve bağlı olmayan birimlerden ibaret İdeal Sayıların kendileri “bağlı olmayan” ya da “karşılaştırılamayan” türdendir.[29] Burada terimin standart anlamı uygulanabilirdir: hiç bir İdeal Sayı diğerinden daha büyük, daha küçük ya da eşit değildir. Fakat, Aristo’nun, Platon’un İdeal Sayılarına, onların toplanan, çıkartılan, çarpılan ve bölünen varlığın yetersizliği olarak atıfta bulunmasını, bağlantısızlık olarak yorumlamak makuldür.[30] Bazı araştırmacılar, Aristo’nun burada Platon’un kötü bir taklidi olarak kabul ettiler. Bu araştırmacılar, Platon’un İdeal Sayıları bu bölümün başlangıcında ifade edilen anlamda kabul ettiğini ileri sürdüler. Yine bu araştırmacılar, Platon’un kuramının kritiğinde Aristo’nun içkin bir kritik metodu kullanmak için bir sınır getirmeyi düşünmediğini iddia ederler. Aristo için gerçek bir sayının birimlerin çokluğu olması kendiliğinden apaçık bir şeydi. Çünkü bütün sayılar bu niteliktedir. Aynı zamanda Platon’un ideal sayıları da bu nitelikte olmalıdır -eğer ideal sayı diye bir şey varsa-. Bundan dolayı, Aristo, Platon’un İdeal Sayılar kuramını reddetmeyi düşündüğünde, kendi kendine sorar: “Platon’un kastettiği anlamda, birimlerin kümeleri olmayan İdeal Sayılar var mıdır? Fakat değilse, sayılar olarak birimlerin kümeleri olan ideal sayılar var mıdır? Platon’un kendisinin de kabul etmediği, İdeal Sayıların birimlerin kümeleri olması, Platon’un konumunun gerçekliğine bağlı bir problemdir ve Aristo’yla bağlantısı yoktur.[31]

Belki de bu görüş doğrudur. Fakat ben inandırıcı bulmuyorum. Aristo’nun hocasını eleştirirken böylesi bir dogmatik körlük göstereceğine inanmak zordur. Buna karşılık, Platon’un kendisinin kendi İdeal Sayılarının niteliği hakkında çok net olmadığına inanmaksa kolaydır. Platon’un matematik felsefesinin problemleri üzerine sahip olduğu düşüncesinde, daha önce gördüğümüz gibi, sayının birimlerin çokluğu olduğunu kabul eden genel Yunan sayı kavramı içerisinde kökleşmiştir. Fakat, bu kuram II. bölümün (4) önermesinde ifade edilen Platon’un idealar kuramının temel sezgisiyle uyuşmamaktadır. Farklılaşmış birimlerin kümeleri olarak İdeal Sayıların kendileri (4) önermenin bir ideanın kendinden başkasına olamayacağını belirtmesine rağmen, bir şeye yüklenmiş sayılardır. Fakat gördüğümüz gibi İdealar Kuramı bir antinomi taşır: İdea tamamen yükleme olduğu belirli bir nesnenin düşüncesidir; ve ideadan pay alan bir nesne ve o İdeanın kendisi arasındaki ilişki bir benzerlik ya da taklit ilişkisidir. Yani İdeal Sayılar kavramı üçüncü bölümün (6)-(7) önermelerinde ifade edilen idealar kuramının bu diğer yönüyle de uyuşur. Verilen duyusal nesneler kümesi ve tamamen o kümeye yüklenmiş İdeal Sayı arasında, bu yeni ideal sayı kavramına göre, sınırlı benzerlik vardır. Verilen bir kümenin öğeleri İdeal bir sayının farklılaşmış birimleriyle uyumlu olarak bire bir biçimde konulmuş olabilir. Her bir element için uygun tam bir birim, her bir birim için de uygun tam bir element vardır. [32]

---

[29] *Metafizik* 1083 a 31-36.
[30] Krş. W.D. Ross: *Aristotle’s Metaphysics*, cilt II, (Oxford 1924), s. 427.
[31] Krş. örneğin v. d. Wielen: *op. cit*., bölüm 7 özellikle ss. 87-89.
[32] Açıkça Aristo, İdeal Sayıları farklılaşmış birimlerin kümeleri olarak yorumlamak için, zihninde bir kaç tarihsel dayanağa sahipti. O hiç bir kümenin sayfa 81’deki (i) anlamında farklılaşmış birimleri, bir kimsenin (ii) anlamında değiştirmiş olduğunu ima etmediğini belirtmektedir: eğer bu Platon’un kendisi değilse, o zaman görüşleri Platon’un görüşleriyle yakın ilişki içinde bulunan bazı

N elemanlarını içerecek şekilde düzenlenmiş belirli bir küme olarak N sayısının tanımı, N sayısını, N elamanlarını içeren her hangi bir kümesinin yüklemlenebilir bir özelliği haline getiren bir tanım için akılcı bir seçenektir. Matemetiğin temelleri üzerine yapılan modern bir araştırmada bu tanımların her iki tipide başarılı bir şekilde kullanılmıştır. Soyut matematiksel kuram görüşünde, (a), (b,c), (d,e,f), ..., küme dizileri 1,2,3,... gibi pozitif tam sayı dizilerinin gereksinim gösterdiği bütün formal özelliklere sahiptir. Sayıların böylesi kümelerle özdeş olduğu tanımı "Sokrates ve Gorgias iki insandır" gibi bir ifade de sayıların kullanımına mükemmel bir örnek oluşturmaktadır. Bu ifadeyi "elemanları Sokrates ve Gorgias olan bir küme 2 özelliğine sahiptir", şeklinde yorumlamak yerine biz onu "elemanları Sokrates ve Gorgias olan bir küme ile 2 kümesi arasında bire bir ilişki kurulabilir" şeklinde yorumlamalıyız.

---

düşünürlerdir: -O. Becker: "Die diairetische Erzeugung der Idealzahlen", *Quellen und Studien* ... B: 1 (1931), İdeal Sayıları, diairetic bir işlemle elde edilen, İdealların bir kümesi olarak yorumlar. Onun yorumu, J. Stenzel: *Zahl und Gestalt bei Platon und Aristoteles* (2. ed., Leipzig-Berlin 1933),'den kaynaklanmaktadır; ve bu daha ayrıntılı olarak J. Klein: *op. cit.*'de ortaya konulmuştur. Gerçi bu yorumun kanıtı çok önemsizdir ve Platon'un aynı zamanda, hiç olmazsa, İdeal Sayıları İdealar olarak düşündüğünü, ve bu yorumun gösterildiği üzere, Aristo'nun Platoncu İdeal Sayılar kuramının aykırı inceleniminin diğer bir boyutunu hakkıyla gözetmenin olası bir yolu olarak yorumlanabileceğini de inkar etmek olanaksız görünmektedir.